

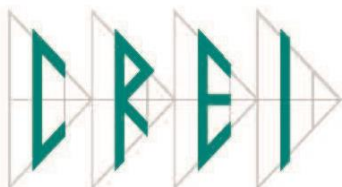
# CREI Working Paper

No. 20

November 2023

stochastic gradient Geographical Weighted Regression (sgGWR): Widely Applicable  
Scalable Bandwidth Calibration for Geographically Weighted Regression

(広く使える高速な地理的加重回帰モデルのバンド幅調整法)



## CREI Working Paper No.20

November 2023

## stochastic gradient Geographical Weighted Regression (sgGWR): Widely Applicable Scalable Bandwidth Calibration for Geographically Weighted Regression

(広く使える高速な地理的加重回帰モデルのバンド幅調整法)

**Hayato Nishi**, Specially Appointed Research Associate, Graduate School of Social Data Science, Hitotsubashi University

**Yasushi Asami**, Professor, Department of Urban Engineering, the University of Tokyo; Center for Real Estate Innovation, Graduate School of Engineering, the University of Tokyo

**西 颯人** 一橋大学ソーシャル・データサイエンス研究科特任助教

**浅見 泰司** 東京大学工学系研究科都市工学専攻教授 (連携研究機構不動産イノベーション研究センター)

## ■ Abstract

GWR (Geographical Weighted Regression) is a widely accepted regression method under spatial dependency. Since the calibration of GWR is computationally intensive, some efficient methods for calibration were proposed. However, these methods require extensive computation environments or limit the class of kernel functions, limiting the applicability of GWR. To improve the applicability, we propose sgGWR (stochastic gradient GWR), an optimization approach for GWR based on stochastic gradient, which stochastically approximates cross-validation errors and applies gradient-based optimization methods. To achieve this, we show the analytical derivative of the GWR cross-validation error. sgGWR can handle a broader class of kernels than that by the existing scalable method, and we can benefit from it even high-performance computers cannot be accessed. Therefore, sgGWR fills in the gap that existing scalable methods do not cover. We examine the performances of sgGWR and the existing methods by simulation studies. Additionally, we apply sgGWR for the land price analysis for Tokyo, Japan. As a result, a spatio-temporal version of GWR has the best prediction performance, and it captures spatio-temporal heterogeneity of regression coefficients.

## ■ 概要

地理的加重回帰モデル (Geographically Weighted Regression: 以下 GWR) は、空間依存性のあるデータに対して幅広く用いられている回帰分析法である。GWR にはバンド幅調整の計算コストが大きいという課題があるため、効率的な計算法がこれまで研究されてきた。しかし既存手法は、潤沢な計算資源を必要とする方法か、GWR のカーネル関数の関数形を制限することで高速化する方法であるため、GWR の適用可能性はまだ十分に広がったとは言い難い。そこで本研究では、交差検証誤差の勾配を解析的に導出し、これを確率的に近似することで高速に最適化を行う手法を提案する。提案手法は多くのカーネル関数を採用できるうえに、計算資源が潤沢でなくても高速化が期待できるという特長がある。提案手法を用いることで、実現した大規模な東京の地価データを用いた比較分析が可能となった。この分析の結果、GWR の時空間拡張版モデルが最も優れた予測性能を発揮することが確認された。